

DOÃN TAM HOỀ

Toán học đại cương A

(SÁCH VIẾT THEO CHƯƠNG TRÌNH TOÁN A BẠC ĐẠI HỌC ĐẠI CƯƠNG
CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BAN HÀNH NĂM 1995)

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

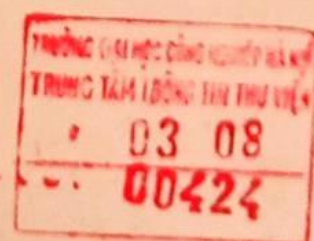
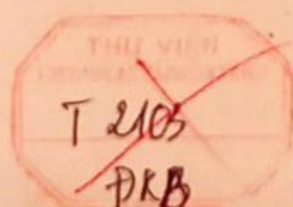
Doãn Tam Hoè

TOÁN HỌC ĐẠI CƯƠNG

TẬP MỘT _____

A

(SÁCH VIẾT THEO CHƯƠNG TRÌNH TOÁN A BẬC ĐẠI HỌC ĐẠI CƯƠNG
CỦA BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BAN HÀNH NĂM 1995)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC - 1997

LỜI NÓI ĐẦU

Bộ sách **Toán học đại cương** này được viết theo chương trình môn toán cho các ngành thuộc nhóm I bậc học Đại cương. Tổng quỹ thời gian là 300 giờ chuẩn. Tuy nhiên chúng tôi bố trí lại thứ tự một số mục, nhằm làm thuận tiện cho việc trình bày tổng lượng kiến thức và nội dung thì chuyển giai đoạn không cố gì thay đổi. Vì môn học được đặt ngay vào học kì đầu của năm thứ nhất, sinh viên có nhiều bỡ ngỡ, chưa quen với cách học đại học, nên chúng tôi giảm phần đầu đôi chút và rút ngắn phần cuối (xác suất và thống kê). Hơn nữa, giai đoạn I được bố trí trong một năm rưỡi, nên chúng tôi chia chương trình làm 5 phần: phần đầu 90 giờ, học trong học kì đầu năm thứ nhất (gồm số thực, giới hạn hàm số một biến số thực, phép tính vi phân và tích phân hàm số một biến số thực, số phức, ma trận, định thức, hệ phương trình đại số tuyến tính, không gian tuyến tính và ánh xạ tuyến tính); hai phần tiếp theo 75 giờ + 45 giờ học trong học kỳ II (phần hai gồm không gian tuyến tính Oclit, không gian tuyến tính định chuẩn, ánh xạ đa tuyến tính, phiếm hàm toàn phương, phép tính vi phân hàm nhiều biến và hàm vector, lý thuyết chuỗi và tích phân phụ thuộc tham số; phần thứ ba gồm phép tính tích phân hàm nhiều biến và hàm vector, phương trình vi phân thường); phần thứ tư 45 giờ cho môn toán chung (gồm một số vấn đề nâng cao hơn về toán học giải tích và một số vấn đề về hình học vi phân), phần thứ năm 45 giờ riêng cho môn xác suất và thống kê, hai phần sau này được học song song vào học kì đầu năm thứ hai. Tuy nhiên thứ tự các chương mục không hoàn toàn cứng nhắc.

Chúng tôi cho rằng vào năm thứ hai sinh viên được quyền tự chọn một phần nội dung môn học, nên có trình bày phần toán học tính toán (chừng 30 giờ) nhằm giúp cho những sinh viên chuyển sang học các ngành kĩ thuật mà chưa có ngay điều kiện bổ túc thêm về toán đồ khó khăn khi học các môn chuyên môn.

Để mỗi tập sách không quá dày và để phát huy tính độc lập suy nghĩ của sinh viên, phần bài tập chỉ nhằm bổ sung thí dụ và củng cố lý thuyết, đồng thời cất bỏ phần hướng dẫn và đáp số; những bài tập thiên về tính toán thuần túy không nhiều, chúng tôi cho là không hạn chế sinh viên khai thác các phần mềm máy tính trong học tập và gắng tạo thuận lợi cho họ sáng tạo trong việc học toán trong điều kiện có máy tính trợ giúp. Vì vậy kèm theo bộ sách này còn có bộ sách bài tập có hướng dẫn và đôi chỗ có lời giải chi tiết. Một số nơi tác giả đã không tự hạn chế bởi lối trình bày cổ điển, nếu có thể được chúng tôi không ngần ngại đưa vào những kiến thức hiện đại hơn; đồng thời đôi chỗ bị xem nhẹ, hoặc tiếp cận bằng con đường không nặng về hình thức, với mong muốn làm sao đạt được hiệu quả tốt hơn. Khi đọc lần đầu bạn đọc có thể bỏ qua một số chứng minh, thậm chí một vài khái niệm và định lý (in

Một đôi phần khó, hoặc vượt ra ngoài chương trình được đánh dấu "▲" (như đại số ten so, đại số ngoài, nhóm các phép biến đổi affine... và một vài định lý, vài phép chứng minh... như các định lý về tích phân phụ thuộc tham số, về tính lặp đầy của đạo hàm...) được đưa vào để tham khảo và cho các sinh viên khá có tài liệu đọc thêm. Tuy nhiên, không hạn chế sinh viên áp dụng vào bài tập. Đôi phần ấy (tích ngoài, tích ten so) còn nhằm hiểu kĩ hơn về dạng vi phân (tập 2) và giúp cho sinh viên cần học tập nhiều về vật lý, cơ học đồ gặp khó khăn.

Đối tượng dùng sách chủ yếu là sinh viên khối ngành công nghiệp, khoa học tự nhiên và sư phạm (toán, lý, cơ, tin học, ...), sách có thể làm tài liệu học tập cho sinh viên cao đẳng sư phạm toán, lý, tin học (thời lượng cần tăng hơn) và dùng cho sinh viên tất cả các khối ngành khác tham khảo.

Qua hai cuộc hội thảo về giảng dạy toán cho các trường Đại học kỹ thuật tại Hà nội năm 1995, 1996 nhiều ý kiến cho là nội dung chương trình này có phần cao so với thực tế hiện nay của nước ta, song so chung với thế giới không phải là cao. Để khắc phục tình trạng không đủ thời lượng, chúng tôi có đưa vào phụ lục một số lệnh của *Mathematica* nhằm làm cho thầy và trò giảm bớt được những lao động máy móc không cần thiết, giành thì giờ cho tư duy nhiều hơn.

Phần lớn nội dung trình bày trong bộ sách này đã được giảng dạy trong những năm gần đây, kinh nghiệm giảng dạy có làm cho bộ sách được viết hợp lý hơn. Lần viết lại này đã được thử nghiệm và có chỉnh lý bổ sung một số chi tiết. Tuy nhiên, sai sót trong nội dung cũng như trong cách thể hiện là điều khó tránh. Tác giả chân thành đón nhận các ý kiến phê bình của bạn đọc để tu chỉnh bộ sách tốt hơn.

Tác giả xin chân thành cảm ơn sự giúp đỡ, góp ý kiến tận tình của hai giáo sư Đoàn Quỳnh và Nguyễn Thừa Hợp; cảm ơn Nhà xuất bản Giáo dục, đặc biệt là các cán bộ biên tập sách toán; cảm ơn các bạn bè, đồng nghiệp đã giúp cho cuốn sách ra mắt bạn đọc.

Hà nội, tháng 4-1997

Doãn Tam Hòe

MỤC LỤC

	Trang
LỜI NÓI ĐẦU	5
Chương MỘT - GIỚI HẠN CỦA HÀM THỰC MỘT BIẾN	7
1. 1. Logic - tập hợp - ánh xạ	7
1. Logic	7
A. Khái niệm về mệnh đề	7
B. Các phép toán logic mệnh đề	7
C. Sự tương đương logic	8
D. Phép chứng minh phản đảo	9
2. Sơ lược về tập hợp	9
A. Khái niệm về tập hợp	9
B. Tập con	10
C. Các phép toán về tập hợp	10
D. Tích Descartes	11
E. Phân lớp tập hợp, tập thương	12
3. Ánh xạ	12
A. Khái niệm ánh xạ	12
B. Hợp thành ánh xạ, ánh xạ ngược - đơn ánh, toàn ánh	13
C. Hàm số sơ cấp	16
1. 2. Giới hạn	17
1. Vài khái niệm bổ trợ	17
A. Tập số thực mở rộng	17
B. Lân cận - Điểm tụ, điểm cô lập	18
2. Giới hạn	19
A. Giới hạn của hàm số	19
B. Các phép toán về giới hạn	21
C. Giới hạn riêng	23
1. 3. Dãy - Số thực	25
1. Dãy và Giới hạn của dãy	25
2. Số thực	25
A. Dãy Cauchy - Hai dãy cùng đuôi	25
B. Số thực	27

I. 4. Tính liên tục của hàm số	33
1. Tính liên tục	33
A. Các định nghĩa	33
B. Các phép toán về hàm liên tục	33
2. Sự liên tục đều	36
A. Định nghĩa	36
B. Tính chất hàm liên tục trên một đoạn	37
3. Điểm gián đoạn	39
A. Điểm gián đoạn	39
B. Phân loại điểm gián đoạn	39
Chương Hai - PHÉP TÍNH VI PHÂN HÀM THỰC MỘT BIẾN	41
II. 1. Đạo hàm và vi phân	41
1. Khái niệm đạo hàm và vi phân	41
A. Định nghĩa	41
B. Ý nghĩa của đạo hàm và vi phân	42
C. Đạo hàm một phía	43
D. Đạo hàm trên một khoảng, một đoạn	43
E. Đạo hàm vô hạn	44
2. Công thức đạo hàm, vi phân cấp I và cấp cao	44
A. Các quy tắc tính đạo hàm	44
B. Công thức vi phân	46
C. Bảng vi phân cơ bản	46
D. Đạo hàm và vi phân cấp cao	47
II. 2. Các định lý về hàm khả vi	48
1. Các định lý trung bình	48
A. Cực trị và điều kiện cần của cực trị	48
B. Định lý trung bình	49
2. Quy tắc Lôpital	50
3. Công thức Taylor	52
II. 3. Ứng dụng	54
1. Tính gần đúng	54
A. Đa thức Taylo	54
B. Đa thức nội suy	56
2. Tìm giới hạn	57
A. Dạng vô định	57
B. Cách khử dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$; $\frac{0}{0}$	58
3. Khảo sát hàm số	61
A. Sự biến thiên, cực trị	61
B. Xét sự lồi lõm của đường cong	63
C. Tiệm cận	64
D. Sơ đồ khảo sát hàm số	65

E. Về đường cong cho bởi phương trình tham số	67
F. Về đường cong trong hệ tọa độ cực	68
Chương Ba NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN XÁC ĐỊNH	71
III.1. Nguyên hàm và tích phân bất định	71
4. Các định nghĩa	71
A. Nguyên hàm	71
B. Tích phân bất định	71
2. Các phương pháp lấy tích phân	72
A. Tích phân từng phần	72
B. Phương pháp đổi biến	72
C. Phương pháp hệ số bất định	72
3. Bảng tích phân	73
III.2. Tính tích phân bất định một số lớp hàm	74
1. Tính tích phân hàm hữu tỉ	74
2. Tích phân một số lớp hàm lượng giác	76
3. Tích phân một số lớp hàm vô tỉ	77
III.3. Tích phân xác định	79
1. Tích phân, điều kiện khả tích	79
A. Phân hoạch	79
B. Định nghĩa tích phân	79
C. Tích phân trên và tích phân dưới	80
D. Điều kiện khả tích	82
E. Các hàm khả tích	83
F. Ý nghĩa của tích phân	84
G. Các tính chất của tích phân	85
2. Cách tính tích phân	88
A. Tính bằng định nghĩa	88
B. Công thức cơ bản	89
C. Tích phân từng phần	91
D. Đổi biến	92
E. Tính gần đúng tích phân	93
III.4. Tích phân suy rộng	95
1. Khái niệm tích phân suy rộng	95
A. Tích phân hàm không bị chặn	95
B. Tích phân trên khoảng vô hạn	96
2. Điều kiện hội tụ	97
A. Tiêu chuẩn so sánh	97
B. Sự hội tụ tuyệt đối	98
C. Tiêu chuẩn Abel, Dirichle	100
III.5. Ứng dụng tích phân	101
1. Ứng dụng hình học	101
A. Tính diện tích hình phẳng trong hệ tọa độ decác vuông góc	101
B. Diện tích hình phẳng trong hệ tọa độ cực	103

C. Thể tích vật thể	103
D. Độ dài đường cong phẳng, diện tích mặt tròn xoay	106
2. Một số ứng dụng khác	106
Chương Bốn MATRẬN-ĐỊNH THỨC-HỆ PHƯƠNG TRÌNH-KHÔNG GIAN VÀ ANH XẠ TUYẾN TÍNH	109
IV. 1. Trường số phức	109
1. Số phức - Các phép toán số học	109
A. Định nghĩa	109
B. Môđun - argumen	111
2. Phép khai căn	112
A. Khai căn	112
B. Sơ lược về đa thức	113
IV. 2. Ma trận	114
1. Khái niệm ma trận	114
A. Định nghĩa	114
B. Các ma trận có dạng đặc biệt	115
2. Các phép toán	115
A. Cộng trừ hai ma trận cùng kiểu	115
B. Nhân ma trận với một số	115
C. Phép chuyển vị và phép liên hợp	116
D. Phép nhân hai ma trận	116
E. Ma trận ô	117
F. Các phép biến đổi sơ cấp	117
3. Ma trận nghịch đảo	119
A. Ma trận khả nghịch và ma trận nghịch đảo	119
B. Phân thức ma trận	119
IV. 3. Định thức	120
1. Định thức và các tính chất của nó	120
A. Định nghĩa	120
B. Tính chất	121
2. Hạng của ma trận - điều kiện khả nghịch	124
A. Định thức con và hạng	124
B. Điều kiện khả nghịch	125
IV. 4. Hệ phương trình đại số tuyến tính	127
1. Hệ tuyến tính - Cách giải	127
A. Định nghĩa	127
B. Phương pháp Gauss	128
2. Cấu trúc nghiệm	130
A. Điều kiện tương thích	130
B. Cấu trúc nghiệm	132
IV. 5. Không gian tuyến tính	134
1. Các khái niệm chung	134
A. Không gian tuyến tính	134

B. Không gian con - tổng và giao	135
2. Hàng và số chiều: cơ sở và tọa độ trong không gian hữu hạn chiều	136
A. Hệ vector độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính - Hàng	136
B. Cơ sở - Tọa độ - Đổi cơ sở	139
C. Tập sinh - Bao tuyến tính	142
IV. 6. Ánh xạ tuyến tính	144
1. Khái niệm chung	144
A. Ánh xạ tuyến tính	144
B. Nhân và ảnh	145
2. Phép biến đổi tuyến tính	149
A. Trị riêng và vector riêng	149
B. Đa thức tối thiểu	151
Chương Năm KHÔNG GIAN TUYẾN TÍNH VỚI TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ VỚI CHUẨN, ÁNH XẠ ĐA TUYẾN TÍNH VÀ PHIẾM HÀM TOÀN PHƯƠNG	153
V. 1. Không gian tuyến tính với tích vô hướng	153
1. Không gian V_3	153
A. Tích vô hướng	153
B. Tích có hướng	154
C. Tích hỗn hợp	157
2. Không gian tuyến tính $Oclit$ và Không gian tuyến tính unita	158
A. Tích vô hướng	158
B. Biến đổi tuyến tính trong không gian unita	162
V. 2. Không gian tuyến tính định chuẩn	170
1. Chuẩn và không gian định chuẩn	170
A. Khái niệm chung	170
B. Chuẩn vô hướng	173
2. Giới hạn của dãy - Chuẩn của ánh xạ tuyến tính	175
A. Không gian Banach	175
B. Chuẩn của ánh xạ tuyến tính	177
V. 3. Ánh xạ đa tuyến tính và phiếm hàm toàn phương	178
1. Ánh xạ đa tuyến tính - tích tenxơ - đại số tenxơ và đại số ngoài	178
A. Không gian đối ngẫu - ánh xạ đối ngẫu	178
B. Tích và tổng các không gian tuyến tính	180
C. Ánh xạ đa tuyến tính	182
D. Tích tenxơ	183
E. Đại số	184
F. Đại số tenxơ	186
G. Đại số ngoài	188
2. Phiếm hàm song tuyến tính - Phiếm hàm toàn phương	190
A. Khái niệm chung	190
B. Phiếm hàm toàn phương chính tắc	191
C. Phiếm hàm toàn phương xác định dấu	194

Chương Sáu - HÀM NHIỀU BIẾN	196
VI. 1. Không gian metric	196
1. Khái niệm chung	196
A. Khoảng cách và không gian metric	196
B. Không gian metric con, không gian tích	197
C. Liên cận, tập mở, tập đóng	200
D. Đường kính của tập hợp, tập bị chặn	200
E. Tập hợp liên thông	200
F. Ánh xạ liên tục, đồng phôi	201
2. Dây - Không gian metric đầy	201
A. Dây	201
B. Không gian đầy	203
C. Ánh xạ co trong không gian metric đầy	205
D. Tập compact	206
VI. 2. Sơ lược về hình học afin	206
1. Không gian afin	206
A. Định nghĩa	207
B. Phẳng	208
C. Tọa độ afin	209
D. Phương trình của phẳng trong không gian afin hữu hạn chiều	210
E. Tọa độ tỉ cự	211
2. Ánh xạ afin	211
A. Ánh xạ afin	213
B. Biểu thức tọa độ của ánh xạ afin	213
C. Nhóm biến đổi afin	215
3. Phương trình bậc hai trong không gian Euclit	215
A. Đưa phương trình bậc hai về chính tắc	217
B. Đường và mặt bậc hai	222
VI. 3. Phép tính vi phân hàm nhiều biến	222
1. Hàm vectơ một biến	222
A. Định nghĩa	222
B. Giới hạn và liên tục	223
C. Đạo hàm và vi phân	225
2. Hàm vectơ thực nhiều biến số thực	225
A. Định nghĩa	226
B. Giới hạn và liên tục	229
C. Đạo hàm và vi phân	235
D. Đạo hàm và vi phân cấp cao	237
E. Hàm ngược và hàm ẩn	241
F. Cực trị của hàm số nhiều biến số	247
Chương Bảy - LÝ THUYẾT CHUỖI, TÍCH PHẦN PHỤ THUỘC THAM SỐ	247
VII. 1. Chuỗi - Sự hội tụ tuyệt đối	247
1. Khái niệm chung về chuỗi	247

A. Chuỗi	247
B. Tính chất của chuỗi	249
2. Sự hội tụ tuyệt đối - Chuỗi số dương	250
A. Sự hội tụ tuyệt đối	250
B. Tính chất của chuỗi hội tụ tuyệt đối	251
C. Chuỗi số dương	252
VII. 2. Chuỗi hàm	258
1. Hội tụ từng điểm và hội tụ đều	258
A. Các định nghĩa	258
B. Các dấu hiệu hội tụ đều	259
C. Tính chất của chuỗi hội tụ đều	261
2. Chuỗi lũy thừa và chuỗi Taylơ	266
A. Chuỗi lũy thừa	266
B. Tính chất của chuỗi lũy thừa thực	268
C. Chuỗi Taylơ	269
3. Chuỗi Phurie	272
A. Khái niệm chung	272
B. Chuỗi Phurie theo hệ thống hàm lượng giác	274
C. Các điều kiện hội tụ	276
VII. 3. Tích phân phụ thuộc tham số	278
1. Khái niệm chung	278
A. Định nghĩa	278
B. Sự dẫn đến tới giới hạn	278
2. Tích phân thường phụ thuộc tham số	279
3. Tích phân suy rộng phụ thuộc tham số	283
A. Sự hội tụ đều	283
B. Các tính chất của tích phân suy rộng hội tụ đều	285
BÀI TẬP	289
Chương Một	289
Chương Hai	303
Chương Ba	312
Chương Bốn	323
Chương Năm	335
Chương Sáu	343
Chương Bảy	355
PHỤ LỤC	363
BẢNG CHỈ DẪN CÁC KHÁI NIỆM	367
MỤC LỤC	377